くさび曲げ抑止杭の有限長解析と２３の考察

（株）　西田技術開発コンサルタント
技術顧問　岡山義人（技術士／建設／土質基礎）

１．まえがき

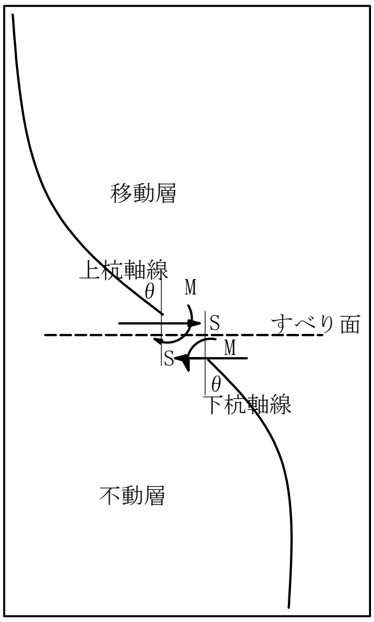
斜面対策工の一つに抑止杭工法があり、抑止力に対して杭は曲げ部材として設計されることが多い（曲げ抑止杭)。この曲げ抑止杭には２つのタイプがあり、杭の設置位置より谷側（すべり末端方向）のすべり面の有効抵抗力が、設定抑止力より大きい場合は「くさびタイプ」が可能であり、不足する場合は「抑えタイプ」として設計することとなる（道路土工指針斜面安定工編など)。

くさび杭の計算法としては「福岡の提案式」が知られており、斜面解析ソフトの中でもおなじみである。この計算式は、杭をすべり面を中心として上下に仮想的に分割し、各々の杭を半無限長杭として解析したもので、従って、上下杭とも十分な長さ（$\beta l \geqq 3$を満足する長さ）があり、かつ単層として扱う必要がある。しかしながら現実には、すべり面深さから上杭長がかなり短杭化するケースや下杭については、軟弱土と岩盤という極端な複層状態を単層化するといった悩ましい場合も結構でてくる。又半無限長の条件確保のために必要以上（と思われる）に岩盤中に根入れしている設計例も見られるなど設計モデルの適用に疑問を感じることも多い。

このようなことから、くさび抑止杭について有限長計算の適用化を工夫し、その計算を通して２、３の考察を行ったものである。

２．福岡式（半無限長式）の解明

冒頭の福岡の式については「砂防・地すべり設計実例（山海堂)」に比較的詳しく記載されているが、結果式のみで式の誘導過程までは触れていないので、今回、推量してみた。図に示すように、すべり面より上側（ゾーン１）と下側（ゾーン２）の半無限長杭の各々の杭頭（すべり面）のせん断力Ｓが等しく、かつ、抑止力の水平分力になってことから（福岡式のせん断力式より)、杭切断点における力の平衡条件から未知力である仮想曲げモーメントＭの存在が必要である。そしてＳ(既知力）とＭ(未知力）による各々の杭頭傾斜角θは、杭軸線の連続性から等しくなければならない。この条件からＭを求めると以下の様に$M=S/2(1/\beta_1-1/\beta_2)$となる。ＳとＭによる半無限長杭の杭頭変位δと杭頭傾斜角θは、次の様に簡単な式で表される。



Ｓによる変位┄┄ $\delta_S=S/(2EI\beta^3)$

Ｍによる変位┄┄ $\delta_M=M/(2EI2^2)$

Ｓによる傾斜角┄┄ $\theta_S=S/(2EI\beta^2)$

Ｍによる傾斜角┄┄ $\theta_M=M/(EI\beta)$

これらを用いて前述のＭを誘導する。この際、荷重の方向に注意する。

$$\frac{S}{2EI\beta_1^2}-\frac{M}{EI\beta_1}=\frac{S}{2EI\beta_2^2}+\frac{M}{EI\beta_2}$$

$$\frac{M}{EI}\left(\frac{1}{\beta_1}+\frac{1}{\beta_2}\right)=\frac{S}{2EI}\left(\frac{1}{\beta_1^2}-\frac{1}{\beta_2^2}\right)=\frac{S}{2EI}\left(\frac{1}{\beta_1}+\frac{1}{\beta_2}\right)\left(\frac{1}{\beta_1}-\frac{1}{\beta_2}\right)$$

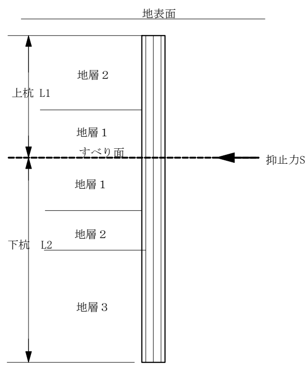
$$\therefore M=\frac{S}{2}\left(\frac{1}{\beta_1}-\frac{1}{\beta_2}\right)$$

更に、杭頭変位（すべり面）は上杭δ_1と下杭δ_2は以下の様に周知の値となっている。なお、抑止杭のいわゆる杭天端変位（地表面）は、$\delta_1+\delta_2$になる。

$$\delta_1 = \frac{S}{2EI\beta_1^3} - \frac{1}{2EI\beta_1^2}\cdot\frac{S}{2}\left(\frac{1}{\beta_1} - \frac{1}{\beta_2}\right) = \frac{S}{4EI\beta_1^2}\left(\frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2}\right) \qquad \delta_2 = \frac{S}{2EI\beta_2^3} + \frac{1}{2EI\beta_2^2}\cdot\frac{S}{2}\left(\frac{1}{\beta_1} - \frac{1}{\beta_2}\right) = \frac{S}{4EI\beta_2^2}\left(\frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2}\right)$$

３．有限長計算への展開

くさび抑止杭の算定に当たっては、すべり面における未知力である曲げモーメントＭがポイントであり、その値は、すべり面の杭傾斜角を上杭と下杭とも同値とすることで求められることが解ったので、地盤の多層化や短杭に対応出来る有限長杭の場合も、この考え方を踏襲することで特に問題ないものと考える。なお、有限長杭の計算自体は、多層弾性床上梁の伝達マトリクス方式で、本例では、３層としたエクセル計算シートを作成している。これについては、末尾に作成コメントも含めて紹介しているので参照されたい。



次に具体的な計算法に移る。要するに、上杭と下杭の杭頭傾斜角が一致するようなモーメントＭを見つけることになる。既知力のＳを固定してＭを可変してθがほぼ一致するＭでも良いが多少煩雑そうである。そこで、この計算が線形モデルであり、θがＳやＭの大きさに比例することを利用して、次のような計算ステップを考えた。

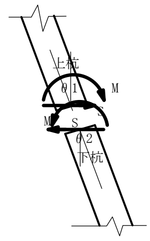
① 単位荷重（Ｓ＝１ｔおよびＭ＝１tm）に対する杭頭傾斜角を求める。

θ_{1S}：Ｓ＝１（ｔ）のみによる上杭の杭頭傾斜角（ラジアン）

θ_{1M}：Ｍ＝１(tm)のみによる上杭の　　　〃

θ_{2S}：Ｓ＝１（ｔ）のみによる下杭の　　　〃

θ_{2M}：Ｍ＝１(tm)のみによる下杭の　　　〃



② 上記の単位荷重角とＳ、Ｍの組み合わさで、右図の荷重方向を考えると次の関係式が成立する。

$$S\theta_{1S} - M\theta_{1M} = S\theta_{2S} + M\theta_{2M}$$

③ これからＭが決定出来る。

$$M = \frac{\theta_{1S} - \theta_{2S}}{\theta_{1M} + \theta_{2M}} S$$

④ 上下杭で各々、杭頭荷重Ｓ、Ｍによる計算を行う。Ｍの符号に注意する。ならびに両者のθが等しいことをチェックしておく。

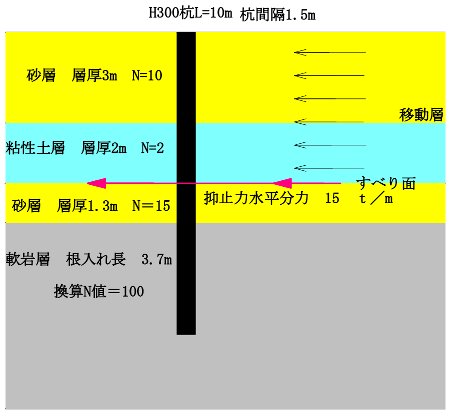
⑤ 設計に必要な、変位や最大曲げモーメントなどを求める。

⑥ 杭全体の地表面変位は、すべり面の上杭変位と下杭変位の合計値以外に、上杭の杭先端変位（地表面の杭天端となる）を加算することになるので留意する。

⑦ 杭先端の拘束条件は、上杭はフリー、下杭は状況により、フリーかヒンジ（岩地層など）とする。

４．計算例と２３の考察

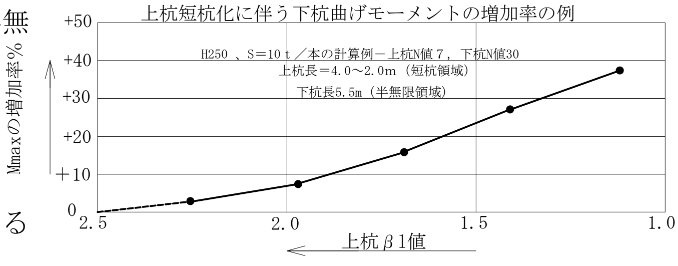
以下に計算の事例と半無限長式との対比を中心として若干の考察を行う。なお、この計算手法の妥当性については、上杭下杭とも半無限となる入力値の場合は両者一致することを確認している。以下、計算例は、抑止力の水平分力が、15ｔ／ｍ（150KN／ｍ）で、すべり面（深さ 5m）の上が２層、下が２層とするもので、細部条件は下表を参照されたい。

計算諸元など	地盤条件など
① 杭：H-300 幅:30 cm 杭間隔：1.5m ② 杭長 10m（すべり面上 L1＝5m、下 L2＝5m） ③ 杭体ヤング係数 E＝2.1×10^{6} kg／cm^2 ④ 杭体断面２次モーメント I＝20200 cm^4 ⑤ すべり面深さ：5.0m（各層厚右図参照） ⑥ すべり面上 第１層 粘性土層 N 値＝2 第２層 砂層 N 値＝10 ⑦ すべり面下 第１層 砂層 N 値＝15 第２層 軟岩層（換算 N 値＝100） ⑧ 杭抑止力 S＝22.5 t／本（15×1.5） ⑨ 杭先端拘束条件 上杭＝フリー 下杭＝ヒンジ	

杭頭（すべり面）モーメント M の計算 $\theta_{1S}=-0.001023$、$\theta_{1M}=-0.000660$、$\theta_{2S}=-0.000318$、$\theta_{2M}=-0.000366$ $M=(\theta_{1S}-\theta_{2S})/(\theta_{1M}+\theta_{2M})\times S=15.46$ tm

有限長解析	（上杭） $\delta_1=4.31$ $\delta_0=-0.89$ $\theta_1=-0.0128$ 最大曲げモーメント $M_1=-14.7$tm（すべり面上 2.3m）	（備考欄） 単位は変位 cm、角 rad δ_1：上杭すべり面変位 δ_0：上杭先端変位 θ_1：上杭すべり面傾斜角 δ_2：下杭すべり面変位 θ_2：下杭すべり面傾斜角
	（下杭） $\delta_2=1.51$ $\theta=-0.0128$ なお杭先端変位はゼロ 最大曲げモーメント $M_2=-25.50$tm（すべり面下 1.17m）	
	（全体）-------- すべり面杭傾斜角 $\theta_1=\theta_2$で OK 杭の全体たわみ量 $\triangle=\delta_1-\delta_0+\delta_2=6.71$ cm 曲げモーメント最大値 $M_{MAX}=-25.5$ tm	
（参 考） 半無限長式 （福岡式）に よる計算値	ケース１（N_1=5、N_2=30 とした場合）-----Ms=9.9 βL=2.2、$\triangle$=3.5、M=－17.2	N_1：上杭区間 N 値 N_2：下杭区間 N 値 $\triangle$：杭全体たわみ cm M：最大曲げモーメント tm βL：上杭β×上杭長(5m) Ms：すべり面のモーメント で有限長計算の M に 相当する（tm）
	ケース２（N_1=4、N_2=20 とした場合）----- Ms=9.6 βL=2.1、$\triangle$=4.4、M=－18.1	
	ケース３（N_1=3、N_2=20 とした場合）----- Ms=11.9 βL=1.9、$\triangle$=5.1、M=－19.9	
	ケース４（N_1=2、N_2=15 とした場合）----- Ms=13.9 βL=1.7、$\triangle$=6.7、M=－22.3	

本計算例は、上杭のβL 値がせいぜい２といった有限長領域にあることと、下杭の岩の拘束を比較的大きく評価したケースのためか、全体撓みや M_{MAX} が福岡式式による値（強引に単層化しての適用）より、かなり大きく算定されている。特に断面選定に響く M_{MAX} 値が福岡式の適用では危険側に振れるので、半無限域から乖離する場合は要注意であろう。又、右のグラフは、別ケースとして検討したもので、βL 値が概ね２より小さくなると、半無限式による Mmax 値の補正が必要になることを示している。それから、複合層を単層化する場合、簡単に１／β区間の平均 N 値を代用するむきもあるが、N 値の変化が大きい地層では、この方法は無理であって、やはり多層地盤による計算が必要である。



すべり面深さが 5m 程度のくさび抑止杭の例は結構有りそうで、多分上杭が半無限の限界値をかなり下回っているものも現実には多いのではないかと思われので、今後の業務面で本報告を思い起こしてもらえれば幸いである。伝達マトリスクによる杭の有限計算は、巻末資料を丁寧にたどれば確実に出来るので是非チャレンジしてもらい、５層程度のものを作成して、他の杭計算にも活用されることを望みたい。

参考資料

参考までにエクセルによる有限長３層の計算シート（本計算例の下杭）更に、伝達マトリクスの計算手順（5 層を想定）や各ステップの計算式を添付する。

杭の水平計算（有限長3分割）

入力データその１（杭諸元）	
杭　径（cm）	30
断面2次モーメント（cm^4）	20200
杭体ヤング率（kg／cm^2）	2100000

入力データその２（区間長、N値）		
区間1	1.3	15
区間2	3.7	100
区間3	0	100

注）区間長はm単位（小数可）

入力データその３（杭頭荷重）	
杭頭水平力（t）	22.5
杭頭モーメント（t・m）	15.46

注）モーメントは水平力方向を＋とする

αの値	1

注）常時1、地震時2とする

フリー

以下は杭

derutaK1

0.000179

あと、杭

arufuaK2

0.000206

ヒンジ

k値とβ値の計算結果			常時
区間	k（kg/cm^3）	β（cm^{-1}）	λ＝βL
1	7.4318391	0.0060207	0.78269053
2	60.237597	0.0101587	3.75873133
3	60.237597	0.0101587	0

k値の算定式

$k=0.339(\alpha \cdot 28N)^{1.103} D^{-0.310} (EI)^{-0.103}$

留意点　①杭頭から杭先端に向かって区間1、2、3とする。

②3つの区間の合計は杭全長に合わせる必要はない、合計延長は杭径の20倍程度あれば十分である。

③杭頭モーメントの符号は左記であるが、一般に単杭であれば＋、杭頭固定状態であれば逆向きであるから負（－）をつけること。

derutaK1

0.000179

arufuaK2

0.000206

フィールドマトリクスFの計算（杭先端部から杭頭へかけて）						
Fの要素	F3	F2	F1	F3・F2	F3・F2・F1	算定式
C11	1	−17.50033151	0.937508511	−17.50033151	−11.73615852	coshλcosλ
C12	0	−1471.61662	128.3745756	−1471.61662	−3564.1905	(sinhλcosλ＋coshλsinλ)／2β
C13	0	−1.41679E−06	1.98368E−07	−1.41679E−06	−9.30796E−06	sinhλsinλ／(2EIβ^2)
C14	0	2.84622E−05	8.61651E−06	2.84622E−05	−0.00059791	(coshλsinλ－sinhλcosλ)／(4EIβ^3)
C21	0	−0.051434842	−0.001921096	−0.051434842	0.091035868	β(sinhλcosλ－coshλsinλ)
C22	1	−17.50033151	0.937508511	−17.50033151	−17.52444574	C11
C23	0	−3.46916E−08	3.02627E−09	−3.46916E−08	−9.29657E−08	(coshλsinλ＋sinhλcosλ)／(2EIβ)
C24	0	−1.41679E−06	1.98368E−07	−1.41679E−06	−9.69647E−06	C13
C31	0	108609157.7	−1876117.72	108609157.7	180966546.2	－2EIβ^{2}sinhλsinλ
C32	0	−2181865999	−81492886.1	−2181865999	16084215118	EIβ(sinhλcosλ－coshλsinλ)
C33	1	−17.50033151	0.937508511	−17.50033151	1.36207482	C11
C34	0	−1471.61662	128.3745756	−1471.61662	−3123.231305	C12
C41	0	2659399.471	−28621.77568	2659399.471	2881949.417	－2EIβ^3(sinhλcosλ＋coshλsinλ)
C42	0	108609157.7	−1876117.72	108609157.7	480245543.9	C31
C43	0	−0.051434842	−0.001921096	−0.051434842	0.841620428	C21
C44	1	−17.50033151	0.937508511	−17.50033151	21.44970488	C11

注）F3は区間3（杭先端部）、F2は区間2（杭中間部）、F1は区間1（杭頭部）のフィールドマトリククを表す。
F3・F2はF3とF2のマトリクスの積であり、それにF1マトリクスを掛けた答えをF3F2F1欄に示す。

有限杭解析結果			
杭先端力学条件	フリー	ヒンジ	固定
杭頭水平変位（cm）δ_0	1.514685912	1.514128102	1.512678969
杭頭傾斜角度（rad）α_0	-0.012803891	-0.012797615	-0.012792844
各種バネ常数の計算値			
K_{HH}（t／m）	2198.171		
K_{OH}（t／rad）	3147.987		
K_{HM}（tm／m）	3147.987		
K_{OM}（tm／rad）	2733.156		
K1（t/m）	5582.820		
K2	4847.135		
K3	4847.135		
K4	6941.552		

バネ計算の下準備／下表でHのみとは、杭頭にH＝10tのみを載荷したケースで、MのみとはM＝10tmのみの載荷である
単位は、δ_0がm、α_0がradである

		杭頭変位δ_0	杭回転角α_0
フリー	Hのみ	0.004549	0.003177
	Mのみ	0.003177	0.003659
ヒンジ	Hのみ		
	Mのみ		
固定	Hのみ		
	Mのみ		

杭先端ヒンジのx点値（1区間）			
X cm	変位　cm	M tm	S　t
0	1.514	-15.460	-22.500
13	1.351	-18.110	-18.349
26	1.195	-20.251	-14.661
39	1.047	-21.941	-11.414
52	0.908	-23.236	-8.582
65	0.778	-24.189	-6.140
78	0.658	-24.849	-4.061
91	0.548	-25.260	-2.317
104	0.447	-25.464	-0.877
117	0.357	-25.500	0.286
130	0.277	-25.400	1.203

杭先端固定のx点値（1区間）			
X cm	変位　cm	M　tm	S t
0	1.513	-15.460	-22.500
20	1.265	-19.323	-16.314
40	1.035	-22.057	-11.194
60	0.826	-23.866	-7.053
80	0.639	-24.936	-3.794
100	0.476	-25.435	-1.316
120	0.337	-25.508	0.488
140	0.222	-25.278	1.725
160	0.130	-24.848	2.502
180	0.063	-24.301	2.924
200	0.018	-23.696	3.094

（2区間）　区間始点x＝0			
X cm	変位　cm	M　tm	S t
0	0.277	-25.400	1.203
20	0.174	-24.290	9.281
40	0.093	-21.909	14.037
60	0.033	-18.844	16.260
80	-0.009	-15.528	16.643
100	-0.037	-12.270	15.773
120	-0.053	-9.270	14.123
140	-0.060	-6.648	12.060
160	-0.061	-4.455	9.856
180	-0.058	-2.702	7.698
200	-0.052	-1.365	5.711

（2区間）　区間始点x＝0			
X cm	変位　cm	M　tm	S t
0	0.276	-25.424	1.171
20	0.173	-24.322	9.224
40	0.093	-21.955	13.963
60	0.033	-18.905	16.175
80	-0.009	-15.607	16.557
100	-0.036	-12.365	15.698
120	-0.052	-9.379	14.073
140	-0.059	-6.762	12.054
160	-0.059	-4.565	9.915
180	-0.055	-2.791	7.849
200	-0.048	-1.412	5.982

（3区間）　区間始点x=0			
X cm	変位　cm	M　tm	S t
0	0.000	0.000	-1.406
20	0.004	-0.276	-1.328
40	0.009	-0.521	-1.089
60	0.014	-0.700	-0.674
80	0.020	-0.777	-0.064
100	0.026	-0.711	0.767
120	0.033	-0.454	1.844
140	0.041	0.045	3.188
160	0.048	0.839	4.804
180	0.055	1.984	6.678
200	0.060	3.525	8.762

（3区間）　区間始点x=0			
X cm	変位　cm	M　tm	S t
0	0.000	1.855	0.478
20	-0.001	1.950	0.468
40	-0.004	2.038	0.392
60	-0.008	2.098	0.183
80	-0.015	2.097	-0.229
100	-0.023	1.988	-0.917
120	-0.034	1.708	-1.949
140	-0.046	1.181	-3.388
160	-0.059	0.322	-5.285
180	-0.072	-0.965	-7.664
200	-0.085	-2.775	-10.514

このプログラムのコメント

1. 総括(入力など)
   ① 杭の水平5分割の弾性床上梁の計算で、伝達マトリクスの手法によっている。
   ② 杭頭から、第1層、第2層、杭先端が第5層の順である。区間のN値と区間長をm単位(少数可)で入力する。
   ③ 杭諸元入力は、cm、kg単位とした。なお、杭長(全長)は、単に表示するだけであり、計算には使用していない。
   ④ 杭頭外力H、Mは、扱いいいようにt,mの単位とした。なお、Mについては、Hと逆向きのモーメントのときは、マイナス表示とすること。
   ⑤ αは、常時のときは1、地震時2とする。
   ⑥ N値で0入力は、不可なので、このような時は、N=0.1などとして対処する。又、地盤の変形係数は、N値を前提(E=28N kg/cm2)としているので、E値を直接使う場合は、換算したN値を用いるなどの工夫をする。

2. 用いている計算式など

ステップ1: 区間ごとに、k値を計算し、以後、β値とλ値(λ=βl)を計算する。

$$k = 0.339(\alpha \cdot 28N)^{1.103} D^{-0.310} (EI)^{-0.103} \qquad \beta = \sqrt[4]{\frac{kD}{4EI}} \qquad \lambda = \beta\ell$$

ステップ2: 区間のフィールドマトリクスFM(4行4列)値を計算する。

C11=coshλcosλ　　C12=(sinhλcosλ+coshλsinλ)/(2β)
C13=sinhλsinλ/(2EIβ^2)　　C14=(coshλsinλ-sinhλcosλ)/(4EIβ^3)
C21=β(sinhλcosλ-coshλsinλ)　　C22=C11
C23=coshλsinλ+sinhλcosλ)/(2EIβ)　　C24=C13
C31=-2EIβ^2sinhλsinλ　　C32=EIβ(sinhλcosλ-coshλsinλ)
C33=C11　　C34=C12
C41=-2EIβ^3(sinhλcosλ+coshλsinλ)　　C42=C31
C43=C21　　C44=C11

ステップ3: 区間のFMの積FMTを計算する。この計算は、先端(区間5)より区間1にかけて行う。すなはちFMT=FM5×FM4×FM3×FM2×FM1である。杭頭基準値(変位δ_0、回転角α_0、曲げモーメントM_0、せん断力S_0)と杭先端のそれ(δ_l、α_l、M_l、S_l)との間に以下の関係が成立する。

$$\begin{bmatrix} \delta_l \\ \alpha_l \\ M_l \\ S_l \end{bmatrix} = \overset{FMT}{\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} \delta_0 \\ \alpha_0 \\ M_0 \\ S_0 \end{bmatrix}$$

ステップ4: 上の式で、杭先端条件を与えると、未知数である、杭頭変位δ0および回転角α0を決定することができる。

① 杭先端フリーとすると、Ml=Sl=0であるから、以下の2元連立方程式を解く。

$$C_{31}\delta_0+C_{32}\alpha_0=-(C_{33}M_0+C_{34}S_0)$$
$$C_{41}\delta_0+C_{42}\alpha_0=-(C_{43}M_0+C_{44}S_0)$$

② 杭先端ヒンジとすると、δ_l=M_l=0であるから、以下の2元連立方程式を解く。

$$C_{11}\delta_0+C_{12}\alpha_0=-(C_{13}M_0+C_{14}S_0)$$
$$C_{31}\delta_0+C_{32}\alpha_0=-(C_{33}M_0+C_{34}S_0)$$

③ 杭先端固定とすると、δ_l=α_l=0であるから、以下の2元連立方程式を解く。

$$C_{11}\delta_0+C_{12}\alpha_0=-(C_{13}M_0+C_{14}S_0)$$
$$C_{21}\delta_0+C_{22}\alpha_0=-(C_{23}M_0+C_{24}S_0)$$

但し、ヒンジ、固定のケースについては、計算表を作成していない

ステップ5: 各区間の弾性曲線式には4つの未知数(A,B、C、D)があるので、これを決定してゆく。

$$y=e^{-\beta x}(A\cos\beta x+B\sin\beta x)+e^{\beta x}(C\cos\beta x+D\sin\beta x)$$

先ず、第1区間については、ステップ4で、δ_0とα_0が判明し、M_0とS_0は外力であり既知であるので、以下の関係式からA～Dを決定する。

$$A=\delta_0/2-\alpha_0/(4\beta)+S_0/(8EI\beta^3)$$
$$B=\alpha_0/(4\beta)-M_0/(4EI\beta^2)+S_0/(8EI\beta^3)$$
$$C=\delta_0/2+\alpha_0/(4\beta)-S_0/(8EI\beta^3)$$
$$D=\alpha_0/(4\beta)+M_0/(4EI\beta^2)+S_0/(8EI\beta^3)$$

ステップ6: 第2区間の杭頭基準値は、第1区間の杭先端値($x=\lambda_1$の計算値)になるので、これを計算する。但し、MとSは、内力から外力に切り替えるので、符号が反転する。以下、必要な式($\alpha=dy/dx$、M式、S式)を挙げる。

★ 回転角 $\alpha_x=-\beta e^{-\beta x}\{(A-B)\cos\beta x+(A+B)\sin\beta x\}+\beta e^{\beta x}\{(C+D)\cos\beta x-(C-D)\sin\beta x\}$

★ 曲げモーメント $M_x=-EI\{-2\beta^2e^{-\beta x}(B\cos\beta x-A\sin\beta x)+2\beta^2e^{\beta x}(D\cos\beta x-C\sin\beta x)\}$

★ せん断力 $S_x=-EI[2\beta^3e^{-\beta x}\{(A+B)\cos\beta x-(A-B)\sin\beta x\}+2\beta^3e^{\beta x}\{(D-C)\cos\beta x-(C+D)\sin\beta x\}]$

第2区間の杭頭基準値が計算できるとステップ5に戻って、同区間のA～Dが計算出来る。この操作を第3、第4、第5区間と続ける。

ステップ7: 最後に、任意深さにおける値(変位、曲げモーメント、せん断力)が求まるボックスを用意する。各区間の頭からの深さx(cm)を入力して、各値が計算出来るようにする。

3. その他

① 杭先端ヒンジおよびフィックスについては、上記手順を準用することで対応できる。

② マトリクスの積を計算する時、関数の「MMULT」を用いるが、この際のテクニック!
先ず、答えの要素が入る4×4の場所をシフト操作で確保する。次に関数ダイアログボックスの配列1と配列2に非計算のマトリクスを入れる。そして、**ctrl、alt、shiftキーを同時に押しながらenterキーを押すと**一発で答えが求まる。

4. 杭のバネ定数K1～K4について

① 杭反力の計算(変位法)においては、杭のバネ定数K1,K2、K3、K4が必要である。

② K1とK3は、杭頭固定状態($\alpha_0=0$である)において、単位の(1m)杭軸直角方向変位を生じさせる杭軸直角方向力(K1)及び曲げモーメント(K3)と定義されている。

③ K2とK4は、杭頭ヒンジの状態($\delta_0=0$となる)で、単位の杭頭回転角(1rad)を生じさせる杭軸直角方向力(K2となる)および曲げモーメント(K4である)と定義される。

④ 杭先端条件フリーの場合の計算式

フリーの条件式 $C_{31}\delta_0+C_{32}\alpha_0+C_{33}M_0+C_{34}S_0=0$

$C_{41}\delta_0+C_{42}\alpha_0+C_{43}M_0+C_{44}S_0=0$

(1) K1値(t/m) 上式で、$\alpha_0=0$とし、未知数をδ_0およびM_0とした連立方程式からδ_0を求め(単位はmとし、S_0値は1tを与える)、$K1=1/\delta_0$となる。

(2) K2値(t/rad) 条件式で$\delta_0=0$とし、未知数をα_0およびM_0とした連立方程式からα_0を求める。$S_0=1$tとする。$K2=1/\alpha_0$である。

(3) K3値(tm/m) 条件式で、$\alpha_0=0$とし、未知数をδ_0およびS_0とした連立方程式からδ_0を求め(単位はm、M_0値は1tmとする)、$K3=1/\delta_0$となる。

(4) K4値(tm/rad) 条件式で$\delta_0=0$とし、未知数をα_0およびS_0とした連立方程式からα_0を求める。$M_0=1$tmとする。$K4=1/\alpha_0$である。